

RIESGOS DE INVERSIÓN Y EMPLEO EN EL SISTEMA DE PENSIONES CHILENO

Esta versión, Febrero 2006

Roberto Ortiz H., MA
Facultad de Ingeniería
Universidad Diego Portales
rortizherrera@gmail.com

Salvador Zurita L., PhD
Escuela de Negocios de Valparaíso
Universidad Adolfo Ibáñez
salvador.zurita@uai.cl

Gustavo Genoni, DBA
Escuela de Negocios de Valparaíso
Universidad Adolfo Ibáñez
ggenoni@uai.cl

Riesgo de inversión y desempleo en el Sistema de Pensiones Chileno

Resumen

El sistema de pensiones chileno es de capitalización individual con contribución definida, y en consecuencia, el monto futuro de la pensión no es conocido por el afiliado ex ante. En este trabajo estudiamos dos factores de riesgo que afectan a las pensiones a recibir por los afiliados al sistema de pensiones chileno: desempleo temporal (y consecuentemente interrupciones en las cotizaciones), y riesgo de la rentabilidad del fondo. Para ello, desarrollamos un modelo en que los salarios dependen explícitamente de la edad del afiliado. En el modelo, el riesgo de desempleo que afecta al afiliado se modela como un proceso de Markov con dos estados: empleado y desempleado; el riesgo de inversión se modela suponiendo que los fondos siguen un Proceso Browniano Geométrico. Usamos este modelo para estimar la distribución de probabilidades de las pensiones de vejez futuras que el afiliado obtendría después de 35 a 40 años de vida laboral. Ello nos permite estimar el impacto probable de cambios en la tasa agregada de desempleo y de la rentabilidad esperada y riesgo de los activos financieros sobre la distribución de pensiones futuras. Partiendo de un escenario base estimado razonable para la economía chilena, encontramos que, en orden decreciente de importancia, los parámetros que más afectan las pensiones futuras son: el nivel de la tasa de interés libre de riesgo, que afecta la rentabilidad promedio de los fondos, el premio por riesgo de mercado, definido como el exceso de retorno de acciones sobre el título libre de riesgo, y el nivel del desempleo. Es decir, el riesgo de inversión se encuentra más importante que el riesgo de desempleo. Además, las mujeres son más vulnerables a estos riesgos que los hombres, y los hombres casados más que los solteros.

ABSTRACT

The Chilean private pension system is of Defined Contribution, and hence the future pension of its affiliates is uncertain. In this paper we study two factors that influence the level of pensions that an affiliate can expect to receive at retirement: temporal unemployment (and the consequent lack of contributions) and the investment risk of the pension assets themselves.

We model the wage curve over time of a representative Chilean affiliate, but we do not add risk to it. Instead, we focus on the risk of unemployment, which we model as a Markov process with two states: employed and unemployed. On the other hand, the investment risk is modeled assuming that the pension assets follow a Geometric Brownian motion. We use the model to estimate the probability distribution of pensions at retirement age; which allows us to estimate the likely impact of changes in the aggregate unemployment rate, and of risk and return on the future pensions. Our results are that the future pensions of Chilean affiliates are more sensitive to investment risks than to unemployment risks. Also, female affiliates are more vulnerable than male affiliates, and married male affiliates are more vulnerable than single ones.

JEL: G23, J26, J60 Palabras Clave: [Sistemas de pensiones, inversión, desempleo]

1. Introducción

En la última década ha surgido un intenso debate respecto de las ventajas y desventajas que plantea un régimen de seguridad social de contribución definida con cuentas privadas de ahorros individuales (CD) frente a un régimen de reparto con beneficio definido bajo el sistema de reparto (conocido como “pay as you go” en inglés) manejado por el sector público (BD)¹. Dicha discusión cobra aún más relevancia en la víspera de una crisis de desfinanciamiento del sistema de pensiones estadounidense (Feldstein y Liebman, 2001) y de la reciente transición, hacia regímenes que incluyen cuentas privadas de capitalización con CD, en varios países de Latinoamérica (por ejemplo, Chile, Argentina, Bolivia, Perú, Colombia, El Salvador, y México) y Europa Central y del Este como, Polonia, Bulgaria, Croacia, Estonia y Hungría.²

El régimen de CD planteado más arriba presenta numerosas ventajas respecto de la alternativa de BD. Entre las principales potenciales ventajas citadas en la literatura se encuentra que, el hecho de que las cuentas de capitalización sean individuales permite a los individuos, en el caso de sistemas con diferentes fondos de pensión alternativos, ajustar su fondo de pensión a su estilo de vida obteniendo una mejor diversificación de acuerdo a su capital humano, edad y otros activos financieros que componen sus respectivos patrimonios (Campbell et. al., 2001 y Merton, 1983)³. El que la gestión de esos fondos sea privada si bien no evita la arbitrariedad política y las ineficiencias de las reglas de votos asociadas a la gestión pública del riesgo de las cuentas de retiro, las disminuye notablemente (MC Hale, 2001 y Rangel y Zeckhauser 2001)⁴. El que régimen sea de capitalización (incluyendo inversiones en acciones) y no de reparto permite, bajo ciertas condiciones, una tasa de ahorro superior en la economía Abel (2001) y Diamond y Geanakoplos (1999), y un

¹ Para una revisión de la literatura sobre tal discusión ver (Feldstein y Liebman, 2001)

² Para una revisión de los sistemas de pensiones y reformas recientes en Latinoamérica y Europa del Este ver (Kritzer, 2003)

³ Por ejemplo, la reciente reforma al sistema de administración de fondos de pensión de Chile permite a los aportantes el elegir uno de entre cinco fondos de pensión disponibles en cada administradora de fondos, contando cada fondo con distintas combinaciones de inversiones en renta variable y renta fija.

⁴ Aun con una gestión privada de las cuentas de retiro el gobierno puede expropiar los fondos acumulados mediante el repudio o reestructuración con quita de los bonos del gobierno que los Fondos de Pensión pueden tener en cartera o simplemente confiscando sus activos, asimismo, puede también regular arbitrariamente el sistema para influir en la asignación de fondos de una forma no eficiente (Feldstein, 2000). Un ejemplo de lo anterior es la crisis Argentina de 2001/2002.

cambio en la relación capital/trabajo que lleva a un mayor valor relativo del salario Kotlikoff, Smetters y Walliser (2001).

Entre las principales desventajas que presenta un régimen de CD con cuentas de capitalización privadas frente a un sistema de reparto con BD se encuentran: 1) la imposibilidad de diversificar el riesgo de desempleo de la forma en la que un sistema de reparto lo permite lo cual introduce un mayor riesgo laboral para el contribuyente (aunque esto representa también un menor riesgo laboral para el retirado ya que su pensión no se ve afectada por disminuciones en el empleo agregado de la forma en la que se vería en un sistema de reparto) 2) la imposibilidad de diversificar intergeneracionalmente y en forma eficiente el riesgo de mercado al que se ven sometidas las inversiones y que provoca que cada contribuyente tenga que soportar el riesgo de mercado (Rangel y Zeckhauser 2001) y el riesgo de fluctuación de la tasa libre de riesgo por si mismo, esto debido al hecho de que el beneficio no está definido y a que los mercados de capitales no permiten transferir el riesgo intergeneracionalmente en forma eficiente y 3) la inequidad introducida por el sistema de capitalización en términos de géneros, esperanzas de vida y otras variables como educación.

Si bien mucho se ha especulado sobre estos riesgos, las posibles formas de atenuarlos y los costos sociales de hacerlo, no existe hoy en día una medición explícita de los mismos en un sistema de pensiones real y en marcha. El sistema de pensiones chileno, es un sistema de CD, con cuentas de capitalización individuales manejadas en forma privada que contempla un mecanismo de morigeración de todos los riesgos mencionados arriba en la forma de un beneficio mínimo garantizado y costado por el gobierno. Asimismo, el sistema de pensiones de vigente ya ha estado en marcha por aproximadamente 25 años y eso permite incorporar al análisis de riesgo, mediante los premios por riesgo y las mediciones de volatilidades, las transformaciones del mercado de capitales hasta ahora derivadas de la introducción del sistema en término de una aumento de la demanda de activos financieros, un mayor incentivo de las empresas a cotizar en bolsa, un mayor número de mercados y oportunidades de diversificación del riesgo que contribuye a la disminución del riesgo de los pensionados⁵.

⁵ Vale la pena notar que otras simulaciones del riesgo de sistemas de pensión de CD para países en donde el

En este trabajo nos proponemos medir el impacto del riesgo de inversión y el riesgo de desempleo en el sistema de pensiones chileno y para eso planteamos la hipótesis de que los riesgos de los contribuyentes de alcanzar los mismos beneficios que en un sistema de reparto con beneficio definido son estadísticamente no significativos. Al mismo tiempo, analizamos la equidad del sistema en términos de las diferencias de riesgo soportadas por mujeres solteras, hombres solteros y hombres casados con carga familiar. A fin de conducir tal análisis proponemos la hipótesis de que las diferencias en riesgo son estadísticamente no significativas.

Otro aporte de este artículo es la metodología de trabajo empleada. Si bien empleamos un modelo de simulación parametrizado con datos reales de alguna forma similar al presentado por Blake, Cairns y Dowd (2001, 2004) para un hipotético sistema obligatorio de pensiones con cuentas de capitalización individual y CD en el Reino Unido, aquí modelamos el riesgo de desempleo de una forma no contemplada en esos trabajos y para un sistema real, no hipotético, con parámetros establecidos y cuya viabilidad ha sido probada. La relevancia de estimar los riesgos con parámetros reales en un sistema en marcha con más de 20 años de antigüedad, en lugar de uno hipotético es que, ha sido argumentado (ver, Feldstein y Liebman, 2001) que la introducción de un sistema de pensiones como este produce cambios substanciales en los mercados (completitud, profundidad, liquidez, sofisticación de los inversores y disponibilidad instrumentos financieros) y en los precios relativos del riesgo y rendimientos esperados (Kotlikoff, Smetters y Walliser, 2001), llevando a menores niveles de riesgo de mercado y/o mayores rendimiento⁶. Aquí utilizamos parámetros de riesgo y rendimiento consistentes con un sistema de pensiones, como el mencionado, en marcha.

La introducción del riesgo de desempleo la hacemos de forma tal de tomar en cuenta el efecto de cohortes descrito en Larrañaga y Paredes (1999). La relevancia de incluir tal efecto es que la probabilidad de desempleo es condicional al estado anterior, siendo la

sistema aún no está en marcha se basan generalmente en parámetros y órdenes de magnitud asociados a los mercados financieros preexistentes en esos países, los cuales, probablemente, cambiarían con la sola introducción de un sistema como el Chileno que genera una mayor demanda de activos financieros, un cambio en la completitud de los mercados y consecuentemente en las oportunidades de diversificación del riesgo para los individuos.

⁶ En otros modelos de equilibrio general (por ejemplo, Diamond y Geanakoplos, 1999) se ha encontrado que la introducción de un sistema de seguridad social como el evaluado aquí lleva a una disminución del premio por riesgo y consecuentemente a una reducción de los rendimientos de mercado.

probabilidad de encontrarse desempleado en un período mayor para alguien que ya lo está, mientras que la posibilidad de desempleo para alguien empleado es menor. La incorporación de este fenómeno es altamente relevante puesto que aumenta exponencialmente el período esperado de desempleo una vez que se cae en ese estado y refleja en forma mucho más realista el impacto sobre la acumulación del fondo de pensión. Larrañaga y Paredes (1999) encuentran que el riesgo de desempleo y la posibilidad condicional de conseguir empleo, dado el estado actual de cada persona, en Chile, cambia con la edad siendo más baja la posibilidad de conseguir empleo en la juventud temprana y en los años cercanos al retiro. Estos factores morigeran el impacto del riesgo de desempleo sobre el nivel de pensión acumulado a la fecha de retiro dado que los salarios son más bajos en esas edades que en la edad media, cuando los sueldos son mayores. En este trabajo se considera un modelo de ciclo de vida y salario que permite simular el patrón de acumulación y su relación con los riesgos de mercado y desempleo en forma más detallada⁷.

Por otro lado, estudiamos el efecto discriminatorio de los riesgos y del sistema entre mujeres, hombres solteros y hombres con carga familiar. Una de las desventajas de los sistemas de capitalización individual y privados con CD es que hacen que cada individuo, a fines de asegurar su riesgo de sobrevida, tenga que comprar una anualidad. En el caso de las mujeres la mayor sobrevida implica un mayor costo de la anualidad y por lo tanto los riesgos podrían impactar más agudamente sobre la probabilidad de las mismas de conseguir una pensión (anualidad) determinada. Lo mismo sucede con los hombres casados los cuales en la ley se prevé que puedan heredar sus pensiones a sus cónyuges. Contrariamente a un sistema de reparto con BD en donde el gobierno puede hacer una agrupación de los riesgos de sobrevida y redistribuir los mayores costos de la anualidad de las mujeres y hombres casados entre todos los contribuyentes del sistema, en el sistema Chileno cada contribuyente debe soportar sus costos y por lo tanto también el impacto de los mayores riesgos sobre los mismos. En este trabajo estudiamos la significancia estadística que ese diferencial de riesgos representa para cada clase de contribuyentes.

⁷ Blake, Cairns y Dowd (2001) incorporan en sus simulaciones, el riesgo de desempleo condicional a la edad, sin embargo sus estimaciones de la probabilidad de desempleo provienen de series de tiempo transversales y no de cohortes además de considerar probabilidades simples para cada período en lugar de las probabilidades de desempleo condicionales al estado de empleo del período anterior.

Finalmente, el artículo permite establecer un orden de importancia de los riesgos mencionados y así priorizar con medidas cuantitativas y objetivas una agenda de trabajo de políticas públicas destinadas a reducir los mismos. Creemos que este trabajo puede contribuir de esta forma al debate sobre la conveniencia de adoptar sistemas similares a este en otros países y a la agenda de trabajo del sistema de seguridad social de Chile en si mismo.

El Sistema de Pensiones Chileno

El sistema de pensiones chileno inició en 1980⁸ la transición desde un sistema de seguridad social de reparto (no financiado) con planes de pensiones de Beneficio Definido (BD) hacia un sistema privado (financiado) con planes de Contribución Definida (CD), en base a cuentas de capitalización individual. El sistema chileno no garantiza el nivel de las pensiones a la fecha de retiro, más allá de una pensión mínima provista por el estado de alrededor de 100 dólares por mes, para afiliados con al menos 20 años de imposiciones.

El sistema es de participación obligatoria para los trabajadores civiles y dependientes, los que deben aportar un 10% de su ingreso imponible con tope 6 unidades de fomento (unos 200 dólares), correspondientes a un ingreso imponible de 60 unidades de fomento (unos 2000 dólares). Al cumplir con las condiciones para jubilarse (ya sea por vejez, o jubilación anticipada), el afiliado puede escoger entre tres modalidades de pensión: a) Retiro Programado, donde el afiliado mantiene la propiedad de sus fondos, y de los cuales efectúa retiros mensuales, reteniendo por tanto los riesgos de retorno de la inversión y sobrevida; b) Renta Temporal con Renta Vitalicia Diferida, bajo esta modalidad el afiliado transfiere sólo una parte de sus fondos a una compañía de seguros de vida con el objeto de financiar una renta vitalicia cuyo pago se iniciará en una fecha convenida, y el saldo que decide mantener en su cuenta individual permitirá financiar una renta temporal hasta que se inicie el pago de la renta vitalicia y c) Renta Vitalicia, donde el afiliado utiliza sus fondos para comprar una renta vitalicia, en este caso la compañía de seguros lleva los riesgos mencionados.

⁸El nuevo sistema fue creado por el Decreto ley 3500 de 1980

El afiliado de un plan de CD enfrenta una serie de riesgos que inciden en el nivel final de su pensión: el riesgo de realizar menores contribuciones debido a desempleo, retiro temporal de la oferta laboral para cuidar los hijos (principalmente en el caso de las mujeres), o enfermedad; el riesgo de la rentabilidad de los activos durante el período de contribución, y al momento de su retiro, el riesgo de la rentabilidad (implícita) ofrecida en las rentas vitalicias, en caso que escoja esta modalidad de pensión. Esto además del riesgo de altos costos de administración (los cuales se deducen de su cuenta)⁹, y de regulaciones que puedan perjudicar la relación riesgo- retorno de sus inversiones. En este trabajo construimos un modelo estocástico, que permite evaluar por simulación de Montecarlo, el desempeño desde la perspectiva de un afiliado típico en el sistema chileno¹⁰. La medida de riesgo que utilizamos, muy similar al concepto de Valor en Riesgo (VaR), consiste en preguntarse con qué probabilidad la pensión será igual o superior a un 70 por ciento del salario promedio de los últimos 15 años de trabajo¹¹.

Trabajos similares son los de Zurita (1994), que estima el valor del seguro de pensión mínima garantizada. Dicho autor se concentró en el riesgo de inversión, mientras que el presente trabajo modela explícitamente el riesgo de desempleo, e incorpora la curva de salario en el ciclo de vida. Otro trabajo relacionado es Blake (1999), quien compara los planes de CD con los de BD en el Reino Unido, incluyendo ambos riesgos; nuestro trabajo extiende dicho enfoque para incluir la dinámica del desempleo con probabilidades de transición entre empleados y desempleados.

El resto del artículo se organiza como sigue: la sección que sigue presenta el modelo, en la Sección III, presentamos la estimación de los parámetros, en la sección IV los resultados de las simulaciones. Finalmente, en la Sección V se presenta un resumen, conclusiones y sugerencias para investigación posterior.

⁹ En general se reconoce que los sistemas privados incurren en mayores costos de administración, debido a mayores gastos de comercialización, por ejemplo.

¹⁰ El afiliado típico que aquí consideramos, es un trabajador dependiente durante toda su vida laboral.

¹¹ En los planes de Beneficio Definido del Reino Unido la pensión a recibir se determina como un porcentaje del salario final (en general 66%), por lo que este criterio se puede considerar como aproximadamente equivalente.

El modelo

Nuestro objetivo es evaluar el nivel de pensiones que permite alcanzar un plan de CD como el chileno, bajo distintos escenarios de empleo, rentabilidad y riesgo y compararlo con un BD hipotético igual al 70% del salario percibido en los últimos 15 años de actividad¹².

La forma que elegimos de evaluar el riesgo que conlleva un sistema de CD como el chileno es el uso de simulaciones de Montecarlo. La razón para hacerlo de esta forma es que nos interesa no solo determinar un valor esperado y una varianza sino obtener distintos percentiles de la distribución, esto porque los sistemas de seguridad social tienen como objetivo proveer un mínimo de seguridad a los afiliados y por lo tanto la medida relevante de riesgo es “valor en riesgo (VAR) a distintos grados de confianza”.

Para analizar el resultado del afiliado, necesitamos definir su horizonte de planeación. Hay tres posibilidades, dependiendo de la modalidad de pensión: a) en un retiro programado, el horizonte hasta el cual el contribuyente/inversor está sometido al riesgo que queremos evaluar corresponde al tiempo que le queda de vida; b) en una renta temporal con renta vitalicia diferida, el horizonte de riesgo llega hasta el momento en el cual compra su renta vitalicia y c) si se elige una renta vitalicia, el horizonte de planeación finaliza en la fecha de retiro. Nótese que en la alternativa a y b, el contribuyente está expuesto al riesgo financiero y riesgo de sobrevida durante un mayor período de tiempo que en la alternativa c) y por lo tanto aumenta innecesariamente su riesgo¹³. Al elegir las opciones a) o b) el individuo cambia un mayor rendimiento esperado, propio de mantener parte de sus inversiones a renta variable, por un mayor nivel del riesgo. Si bien distintos inversores con distintas actitudes frente al riesgo pueden encontrar más atractiva la opción a) o la b), aquí estamos tratando de obtener una medida objetiva del riesgo al que el sistema somete al individuo promedio al momento de retirarse y por lo tanto no nos interesa considerar las razones subjetivas que pueden hacer que un individuo tome voluntariamente un mayor riesgo¹⁴. Más aún, en la

¹² Los niveles de beneficios que otorgaba el anterior sistema de reparto chileno variaban mucho entre sí, tanto en la edad necesaria para jubilar, los años de trabajo necesarios, y el nivel de la pensión.

¹³ Asumiremos aquí, como en la mayoría de los modelos de valuación de activos financieros, que el proceso que siguen los precios de las inversiones es un proceso geométrico browniano y por lo tanto, inequívocamente el riesgo del fondo de pensión aumentará junto con el horizonte.

¹⁴ Blake, Cairns y Dowd (2003) presentan un análisis sobre qué tipo de preferencias conducen a tomar la anualidad o postergar la compra de la misma y adoptar distintas estrategias de inversión.

alternativa a) el individuo al tomar riesgo de sobre vida se expone a una incertidumbre que sería perfectamente asegurable mediante la compra de una anualidad si el individuo elige la alternativa c). Por lo tanto, se asume que el horizonte coincide con la fecha de retiro y que los inversores toman la alternativa c).

Específicamente, suponemos que si está empleado, el afiliado contribuye una fracción α de su salario al fondo de pensiones, y que éste evoluciona de acuerdo al siguiente proceso estocástico:

$$dF_t = [\mu_t F_t + \alpha W(A)u(t)]dt + F_t \sigma_{t_F} dz(t) \quad (1)$$

Donde:

F_t = el nivel de fondos acumulados en la cuenta de capitalización individual.

μ_t = la rentabilidad esperada de los fondos de pensión

α = la tasa de contribución como un porcentaje del salario imponible (típicamente 10 por ciento)

$W(A)$ = el salario en función de la edad del afiliado, A

$u(t)$ = variable muda, que toma el valor 1 si la persona está empleada en el mes t y cero en otro caso.

$dz(t)$ = es el incremento de un proceso de Wiener estándar.

La ecuación (1) admite reversión a la media y heterocedasticidad. Sin embargo, en nuestro modelo base consideraremos que tanto la media como la volatilidad son constantes.¹⁵ Si bien la teoría de inversiones pudiera recomendar destinar un porcentaje creciente a bonos al transcurrir el tiempo, y por lo tanto una composición no estable del fondo entre acciones y bonos, como una primera aproximación consideraremos por simplicidad un fondo de pensiones con ponderaciones estables de bonos y acciones. En efecto, el fondo óptimo debiera converger gradualmente a un bono de largo plazo con duración similar a la de la

¹⁵ La investigación empírica sobre el comportamiento de los precios de los activos financieros indica que existe reversión a la media y heterocedasticidad, Lo, A. y MacKinlay, C. (1988). Por ello, se proponen modelos que ponderan más la información reciente, como el modelo GARCH propuesto por Engle (1982) y Bollerslev (1986), por ejemplo aplicado a las tasas de interés por French, Schwert y Stambaugh (1987), y a tipos de cambio por Hsieh (1988) y Giovannini y Jorion (1989). La ventaja de suponer que el precio de los activos sigue un proceso geométrico browniano es su sencillez y por eso la mayoría de los modelos de valuación de activos consideran que el mercado sigue tal proceso.

renta vitalicia que el afiliado comprará en la fecha de retiro; esta estrategia lo defiende respecto al riesgo de tasa de interés de las rentas vitalicias.¹⁶

En nuestro modelo, el riesgo de desempleo es representado por medio de un proceso estocástico con dos estados, en el que el estado 1 representa estar empleado y el estado 2 desempleado. Por simplicidad y porque nuestro interés no es predecir la situación de un individuo particular sino de un individuo promedio¹⁷, modelamos el riesgo de desempleo como un proceso Markov. Específicamente, sean $\pi_1^A(d)$ y $\pi_2^A(d)$ las probabilidades incondicionales del estado 1 (empleado) y estado 2 (desempleado), respectivamente, para un trabajador de edad A y en un momento en que la economía tiene una tasa de desempleo d. Por supuesto, para cada edad (A) y nivel de desempleo (d), dado que los estados 1 y 2 son exhaustivos y mutuamente excluyentes, la suma de las probabilidades debe ser 1:

$$\pi_1^A(d) + \pi_2^A(d) = 1. \quad (2)$$

La evolución dinámica que el afiliado experimenta al pasar de un estado a otro (empleo a desempleo y viceversa) se representa con una matriz de probabilidades de transición (p_{ij}^A), donde p_{ij}^A representa la probabilidad condicional de estar el próximo período en el estado j, dado que actualmente se encuentra en el estado i a la edad A. Por supuesto,

$$p_{i1}^A + p_{i2}^A = 1, \text{ para } i=1,2. \quad (3)$$

La relación entre las probabilidades de transición y las incondicionales está dada por las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov:

$$\begin{bmatrix} \pi_1^A & \pi_2^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11}^A & p_{12}^A \\ p_{21}^A & p_{22}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_1^A \\ \pi_2^A \end{bmatrix} \quad (4)$$

¹⁶ La estructura de retorno a la madurez determina en gran parte a la rentabilidad ofrecida por las compañías de seguros en las rentas vitalicias, ver Edwards (1997).

¹⁷ A nivel individual probablemente la posibilidad de estar empleado a futuro depende de la historia personal del afiliado y de sus empleos anteriores, si es que los ha tenido; por ejemplo, una persona que ha cambiado muchas veces de trabajo podría tener una mayor probabilidad de desempleo temporal a futuro también.

Nótese que las probabilidades de transición p_{ij}^A dependen de la edad del afiliado. Por lo tanto, la contribución que el afiliado realiza dependerá de si está empleado y de su salario, que también cambia con la edad.

En términos discretos, el riesgo de inversión del porfolio es modelado por la trayectoria estocástica que sigue el valor de los activos acumulados en el fondo de pensiones:

$$\Delta X_t = X_t \mu \Delta t + X_t \sigma_F \Delta z(t) \quad (5)$$

Donde:

X_t = el valor de los fondos de pensión.

$\mu(t)$ = la rentabilidad esperada de los fondos de pensión

σ_F = la volatilidad de la rentabilidad de los activos del fondo.

Δz = un incremento a un proceso de Wiener estándar, en el que las dos fuentes de riesgos se suponen independientes, es decir, $\text{cov}(u, \Delta z) = 0$.

El proceso de acumulación es modelado explícitamente por la siguiente trayectoria estocástica que sigue el nivel de los activos acumulados en el fondo de pensiones (el equivalente discreto de la ecuación (1)):

$$\Delta F_t = [\mu F_t + \alpha W(A)u(t)]\Delta t + F_t \sigma_F \Delta z(t) \quad (5)$$

Donde los parámetros se definen como en (1)

La evolución estocástica de $u(t)$ es descrita por las probabilidades de transición discutidas previamente; por ejemplo, si en el mes $(t-1)$ el afiliado está empleado, entonces la probabilidad de que el individuo esté empleado en el mes t es $p_{11}^A(d)$ y la probabilidad de que esté desempleado es $p_{12}^A(d)$.

En el modelo básico, si la persona está empleada, los salarios dependen de la edad en forma determinística. Debido a que es tradicional en la literatura de pensiones, comparar el nivel

de las pensiones con el promedio de salario de los últimos 10 a 15 años del trabajador, definimos como numerario el salario promedio de los últimos 15 años. De esta forma, tanto el fondo acumulado como las pensiones a recibir están expresados en unidades de salarios promedio.

Determinación de los parámetros

Los parámetros a considerar son:

a) Horizonte de planeación

En la simulación, consideramos un afiliado típico que comienza a imponer a los 25 años de edad y se retira a los 60 años si es mujer o a los 65 años si es hombre, que contribuye 10 por ciento de su renta imponible a su fondo de pensiones si está empleado, y 0 en caso contrario. En el modelo, la probabilidad de estar empleado el próximo período, depende del nivel agregado de desempleo (que captura la situación macroeconómica), de la edad del afiliado, y de si éste se encuentra empleado o desempleado actualmente. Por otra parte, no se considera el efecto de variables como: tipo de ocupación, nivel de ingreso, o nivel educacional porque estamos considerando un individuo promedio.

b) Perfil de salarios

Larrañaga y Paredes (1998) encuentran para el mercado laboral chileno la conocida forma de U invertida de los salarios al variar la edad, así como una forma de U para el desempleo, esto es, el desempleo afecta más a los trabajadores jóvenes y de mayor edad. La forma de U invertida para el salario coincide con lo esperado y constituye un hecho estilizado encontrado frecuentemente en la literatura de economía laboral en estudios transversales de series de tiempo en la mayoría de los mercados de trabajo del mundo y en varios trabajos que siguen cohortes a través del tiempo¹⁸. En cambio, la forma funcional convexa

¹⁸ La forma de U invertida de la relación entre el salario y la edad es encontrada, entre tantos otros y para diferentes países, por Larrañaga y Paredes (1998), Blanchflower (1996), Adams (1999) y Dobbs (2004) y se encuentra documentada en manuales de Economía Laboral como Benjamín, Gunderson y Ridell (2002). Este hecho estilizado ha sido frecuentemente racionalizado como consecuencia del ciclo de vida del capital Humano. En la juventud, habiendo poco capital humano acumulado, los salarios son bajos, por lo tanto, el costo marginal de retirarse de la fuerza laboral para capacitarse es bajo y los individuos se educan. Esto hace que la acumulación de capital humano y las remuneraciones suban en los años posteriores hasta alcanzar su máximo entre los 35 y los 50 años dependiendo del país. Luego de esa edad, los individuos encuentran que el

decreciente/creciente encontrada para la relación entre nivel de empleo y edad no es representativa de toda economía y es una característica particular de Chile¹⁹.

La base de datos utilizada por Larrañaga y Paredes (op.cit.) consiste en cohortes artificiales para Santiago de Chile en el periodo 1957-1996, generados a partir de la información de la encuesta de empleo y desempleo que realiza periódicamente el Departamento de Economía de la Universidad de Chile. Específicamente, Larrañaga y Paredes (op. cit.) ajustaron una función logarítmica para modelar la relación entre salario y edad, obteniendo un coeficiente de R^2 de 0,88 (los test t se presentan entre paréntesis).

$$\text{Log}(W(A)) = -1,15 + 0,10A - 0,001A^2 + 0,00001A^3 + \varepsilon_i \quad (6)$$

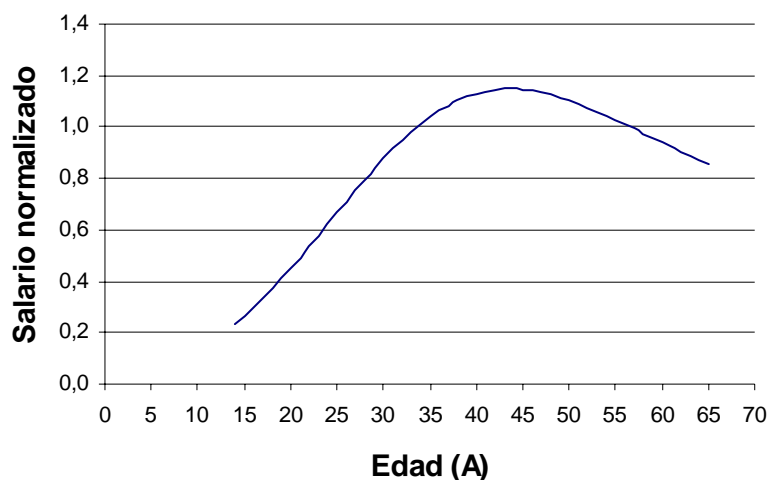
(-37,5) (37,4) (-27,4) (21,7)

Nuestras simulaciones utilizan la ecuación anterior para simular el salario de los contribuyentes al sistema de seguridad social a lo largo de la vida. Dicha ecuación se ilustra en la Figura 1. Como nuestro benchmark contra el cual comparar los pagos de una anualidad de retiro conseguida por el sistema de CD de Chile es un 70% del sueldo promedio obtenido por los individuos en sus últimos 15 años de la vida laboral, hemos normalizado los salarios para expresarlos como una fracción de ese salario promedio haciendo el mismo igual a 1.

poco tiempo que les queda en la fuerza laboral y el sacrificio en término de salarios que implica renunciar a horas de trabajo para capacitarse no justifica el seguir invirtiendo en educación, consecuentemente la última decae y así también los salarios, ya que parte del capital humano adquirido en la juventud se deprecia o des-actualiza. Otras teorías, como la presentada por Vergard Skirbekk (2003) señalan que los salarios caen en la adultez tardía y en la vejez, simplemente como consecuencia del deterioro de las habilidades mentales y de la correlación de estas con la productividad del trabajo

¹⁹ La preponderancia de mayores tasas de desempleo entre los jóvenes es un fenómeno bien registrado en la literatura (ver por ejemplo, Blanchflower, 1996). Respecto al relativamente alto desempleo entre los adultos mayores, estudios como el de Gregory (1999) para Australia encuentran que la tasa de participación en la población económicamente activa de los mayores, como porcentaje del grupo etáreo, es decreciente con la edad a partir de aproximadamente los 50 años. Si bien una baja participación porcentual no implica necesariamente un bajo nivel de empleo, la baja participación de los hombres mayores se puede deber a que los mismos no están dispuestos a trabajar el número de horas requerido en el mercado y/o a que no están dispuestos a tomar cualquier tipo de trabajo por el mismo salario que requieren los hombres maduros más jóvenes. Esto los haría figurar en la encuesta de hogares como personas dispuestas a trabajar que no encuentran empleo omitiéndose el potencial condicionante, no revelado por la encuesta, de que “no encuentran un empleo que les satisfaga”. Otra explicación alternativa es que la reinserción laboral en la adultez es menos probable puesto que el individuo se encuentra sobrecalificado para muchos empleos que le gustaría tomar pero que por su condición de sobrecalificado no se le ofrecen.

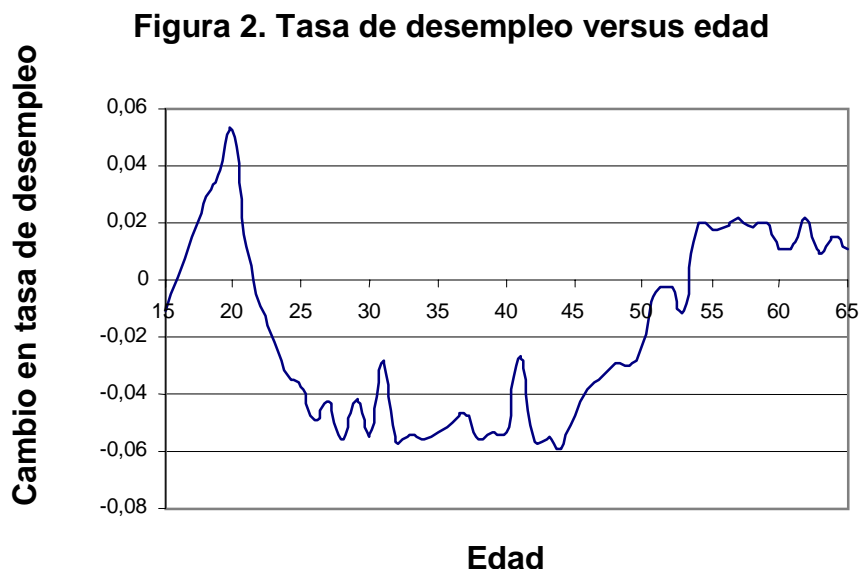
Figura 1. Evolución del salario con la edad



Como se aprecia en la figura 1, normalmente el típico trabajador dependiente chileno incrementa su salario hasta pasados sus cuarenta años de edad, y que de allí en adelante su salario decrece con la edad.

Otra variable importante para la acumulación de los fondos de pensión es la tasa de desempleo. Al respecto, Larrañaga y Paredes (op. cit.) muestran el importante efecto que tiene la edad sobre la tasa de desempleo que afecta al individuo en cada edad, comparada con la tasa de desempleo de la economía. La Figura 2 presenta estos resultados, los que también son incorporados en nuestra simulación.

Como muestra la figura 2, la tasa de desempleo agregado afecta de distinta forma a los



trabajadores dependiendo de su edad. En este caso, afecta más a los menores de 20 años y a los mayores de 50 años.

Para comprender la necesidad de estimar las probabilidades de transición, conviene notar que una tasa de desempleo promedio no es útil para simular la probabilidad de un trabajador de quedar desempleado ya que puede reflejar muchas situaciones diferentes. Por ejemplo, una tasa del 8 por ciento con una fuerza laboral de 5 millones de personas podría provenir de 4,6 millones de personas trabajando y 400 mil desempleados durante todo el año o, de 5 millones de trabajadores pueden haber estado desempleados durante 1 mes, etc... Dado que nuestro interés es determinar el impacto del desempleo sobre la acumulación de ahorros para el retiro, nos interesa esencialmente estimar con qué probabilidad una persona puede perder su empleo y durante cuanto tiempo permanecerá desempleada; para lo segundo necesitamos estimar, con qué probabilidad, esa persona, vuelve a conseguir empleo en cada mes subsiguiente dado su estado de desempleado. Por esta razón, para capturar adecuadamente el riesgo de desempleo que los trabajadores enfrentan y sus consecuentes impactos sobre sus futuras pensiones de vejez, se necesita explícitamente modelar la dinámica del desempleo individual para cada individuo dada su edad y no el desempleo agregado.

Heindl (1985) determinó la probabilidad de que una persona, que está desempleada, encuentre empleo el siguiente mes, para diferentes años en la economía, y dadas sus respectivas tasas de desempleo. Utilizando estas estimaciones, y como una aproximación gruesa, se realizó una estimación a través un modelo logit de la relación entre la probabilidad de transición p_{21} (la probabilidad de encontrar trabajo dado que está desempleado) y el nivel de desempleo de la economía, obteniendo un coeficiente R^2 ajustado igual a 0,6435:

$$\ln \left[\frac{p_{21}^A}{1 - p_{21}^A} \right] = -1,0073 - 6,12979d(A) \quad (7)$$

(-8,008) (-5,6289)

por lo tanto, la expresión que utilizamos para determinar dicha probabilidad es:

$$p_{21}^A = \frac{\exp(-1,0073 - 6,12979d(A))}{(1 + \exp(-1,0073 - 6,12979d(A)))} \quad (8)$$

La ecuación (8) y la ecuación de Chapman-Kolmogorov permiten estimar las probabilidades de transición en función de la tasa de desempleo de la economía, las que a su vez son ajustadas por edad, al considerar a Larrañaga y Paredes (1998).

Por ejemplo, un sujeto que comienza a buscar trabajo a la edad de 25 años, en una economía que tiene una tasa de desempleo agregada de 10%; por estar en el grupo de individuos de 25 años de edad, está expuesto a una tasa de desempleo para su grupo de edad de 6,3%, lo cual implica que la probabilidad de estar trabajando en un mes más, dado que ahora está desempleado, es (de acuerdo a ecuación (8)) 19,88%, y por lo tanto, que la probabilidad de seguir desempleado en el siguiente mes es 80,12%. Utilizando la ecuación de Chapman-Kolmogorov se obtiene p_{11} , la probabilidad que un individuo empleado mantenga su empleo.

$$p_{11}^A = \frac{[(\pi_1^A - (1 - \pi_1^A)p_{21}^A)]}{\pi_1^A} \quad (9)$$

De tal manera, un individuo de 25 años que actualmente está trabajando, tiene una probabilidad de 98,66% de seguir trabajando en el siguiente mes y, por lo tanto, una probabilidad del 1,34% de quedar desempleado.

En otro ejemplo el mismo desempleo agregado de 10 por ciento, implica un desempleo promedio de 11,91% para individuos con 55 años de edad. A su vez, ello implica que su probabilidad de encontrar trabajo el mes siguiente, dado que ahora está desempleado, es 14,96%, y la probabilidad de seguir empleado el mes próximo, dado que ahora también lo está, es de 97,97%.

Otra forma de ver estas diferencias, es considerando el tiempo esperado que una persona de edad A, que está desempleada, demora en encontrar trabajo μ_{21}^A . En el caso de un proceso markoviano con dos estados, se encuentra que:

$$\mu_{21}^A = \frac{1}{p_{21}^A} \quad (10)$$

Considerando el ejemplo, una persona de 25 años demoraría en promedio 4,9 meses en encontrar trabajo, en cambio, la persona de 55 años demoraría en promedio 6,3 meses.

Dada la alta influencia del empleo informal en América Latina hubiese sido deseable estudiar la dinámica de empleo y estimar las probabilidades de transición mencionadas arriba discriminando apropiadamente entre empleo formal e informal. Si los trabajadores informales, debido a su condición, se vieran impedidos de realizar una contribución mensual a su fondo de pensión, el considerar a los mismos como “ocupados” nos induciría a sobreestimar la probabilidad de que el trabajador promedio pueda hacer una contribución. Lamentablemente, ni la encuesta de empleo que publica el Instituto Nacional de Estadísticas de Chile ni los datos de la Encuesta de Empleo y Desempleo del Departamento de Economía de la Universidad de Chile, en los que se basan Larrañaga y Paredes (op. cit.), distinguen entre empleo formal e informal. La falta de datos a nivel nacional hace imposible el conocer la relevancia y magnitud del empleo informal en Chile así como su potencial impacto sobre la acumulación de los fondos de pensión, el cual es nuestro objetivo en este trabajo. Sin embargo, nótese que nuestro interés está en estimar el riesgo al cual está sujeta la pensión de un individuo promedio en el sistema Chileno. Dado que los aportes a la cuenta individual y privada del régimen previsional se deducen de la renta del

trabajador, la decisión de la persona de evadir sus aportes a su propio fondo de pensión (los cuales, aún en algunas circunstancias de informalidad, podría hacer en forma autónoma) podría no considerarse un riesgo similar al de desempleo ya que en estas circunstancias el trabajador está recibiendo un ingreso y decide no hacer el aporte²⁰. Igualmente, sería deseable al menos establecer un orden de magnitud o límite superior del error que se podría estar introduciendo por considerar como ocupados a aquellos que revisten una situación informal. Si los trabajadores informales estuvieran siendo capturados por la encuesta como desocupados, al asumir nosotros que los mismos no pueden aportar, no estaríamos incurriendo en ningún error. Nuestra preocupación debe focalizarse entonces en verificar si los trabajadores informales están siendo capturados por la encuesta como ocupados y nosotros los consideramos como capaces de aportar a su fondo de pensión cuando en realidad no pueden hacerlo. El cruce de las estimaciones totales de ocupados realizadas por el Departamento de Economía de la Universidad de Chile, con los datos de contribuyentes de la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensión (SAFP) nos debería permitir encontrar por diferencia el número de trabajadores incluidos en la encuesta de empleo como ocupados que no contribuyen debido a su condición de informal. Lamentablemente, el número total de ocupados es solo una estimación sujeta a error y el número de contribuyentes informado por la SAFP podría contener duplicidades por la existencia de múltiples cuentas por individuo (correspondientes a más de un empleo por individuo o consolidaciones faltantes de cuentas pendientes) y redundancias por las contribuciones de rentistas y amas de casa no considerados en las encuestas de empleo. Por lo tanto, los números solo nos alertarían de una diferencia si el total de contribuyentes fuera inferior al total de ocupados estimados en la encuesta de empleo. El número de contribuyentes en activos en Marzo de 2005 según la SAFP fue de 3,150,640 individuos, mientras que el número de ocupados estimado por el Departamento de Economía de la Universidad de Chile en la encuesta de ese mismo mes (la cual podría llegar a incluir trabajadores formales e informales) resultó en 2,635,000 individuos. La implicancia,

²⁰ Si bien es verdad que las circunstancias de informalidad no son todas iguales y que la mayoría de las veces los ingresos de los trabajadores de otros países latinoamericanos están bajo el mínimo de supervivencia dejando pocos grados de libertad en la decisión sobre si hacer el aporte previsional o no, para entender la situación representativa del trabajador informal en Chile se necesitaría saber no solo cual es la magnitud del desempleo informal en Chile sino también el nivel de ingreso de los trabajadores informales y su carga familiar. Esto para considerar si la evasión del aporte previsional mandatorio es consecuencia de la situación que le tocó vivir (riesgo laboral) o una decisión.

asumiendo que el error en la encuesta de empleo y/o en la contabilidad de los fondos de pensiones no es muy grande, es que el número de trabajadores informales en Chile, que se ve impedido de hacer un aporte a su fondo de pensión debido a su condición, sería inferior al número de rentistas y amas de casa (excluidos en la cuentas de empleo pero no en las cuentas de la SAFP) y/o que al menos parte de los trabajadores informales no están incluidos como ocupados en los datos de empleo. Esto claramente no nos dice que las probabilidades condicionales de empleo o desempleo sean correctas sino que solo pone un límite al tamaño del error que se podría estar cometiendo por considerar a los trabajadores informales como sujetos ocupados capaces de realizar un aporte a su fondo de pensión.

c) Rentabilidad y Riesgo

Si no hubiese contribuciones periódicas al fondo de pensiones, la evolución de (4) podría interpretarse como la del valor de la cuota:

$$\Delta F_t = \mu F_t \Delta t + F_t \sigma_F \Delta z(t) \quad (4b)$$

Nótese que la ecuación (4b) implica que el valor de la cuota del fondo sigue un Proceso Browniano Geométrico, no así el nivel acumulado del fondo (4), dada la presencia de contribuciones mensuales. La ecuación (4b) presenta dos parámetros a estimar: la rentabilidad esperada de los fondos acumulados, y la volatilidad de la rentabilidad de la cuota. Ambos parámetros se estiman utilizando una serie histórica de valores mensuales de cuotas de los distintos fondos en el período 1981-2001²¹, de la forma usual:

$$s^* = s\sqrt{12}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$$

donde:

²¹ La serie termina el año 2001 debido a que en el año 2002 se introducen los fondos múltiples, de modo que el afiliado puede optar entre cinco portafolios distintos, cada uno con una combinación distinta de instrumentos de renta fija y renta variable. Si bien en este período la composición de los fondos de pensiones varió en forma importante (por ejemplo, los primeros 5 años no podían invertir en acciones), empíricamente la volatilidad histórica calculada en períodos móviles no ha mostrado una tendencia al alza, probablemente debido a la fórmula de cálculo del valor de la cuota (que alisa las fluctuaciones en el precio de acciones), y al efecto de diversificación de incluir nuevas clases de activos.

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{n}$$

$n+1$ = el número de observaciones mensuales,

S_i = el valor de la cuota de un fondo de pensión a comienzos del mes i ,

Los resultados por AFP se presentan en la Tabla 1; como parámetro base de las simulaciones se utilizó la volatilidad promedio de 8,99% anual. Por otra parte, la rentabilidad promedio en igual período ha sido un 10,7% real; pero consideramos una media más conservadora de 7 por ciento real en nuestras estimaciones²²; y realizamos sensibilizaciones a ambos parámetros.

Tabla 1. Volatilidades anualizadas

AFP	Volatilidad anual
HABITAT	0,087664
MAGÍSTER	0,094398
PLANVITAL	0,089236
PRÓVIDA	0,083894
SANTAMARÍA	0,090480
SUMMA BANSANDER	0,093753
PROMEDIO	0,089910

Fuente: Elaboración propia, a partir de estadísticas publicadas por la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones.

d) El capital necesario y la rentabilidad ofrecida por las rentas vitalicias

El capital necesario se define como la cantidad que requiere un individuo para comprar una renta vitalicia que le ofrezca una pensión anual igual a una unidad. Por supuesto, el capital necesario depende de la rentabilidad ofrecida por la compañía de seguros y las Tablas de Mortalidad que corresponden al sujeto en cuestión (las que son función de su edad).

La rentabilidad ofrecida por las rentas vitalicias se estimó a través de la siguiente relación²³:

²² La rentabilidad promedio ha venido descendiendo en el tiempo.

²³ Esta relación se ha obtenido tomando la serie de datos mensuales entre enero de 1993 y junio de 2000 de

$$r_{RV} = 1,974 + 0,5152r_{BC20} + \varepsilon \quad (11)$$

(7,66) (12,86)²⁴

Donde:

r_{RV} = rentabilidad ofrecida por las rentas vitalicias

r_{BC20} = rentabilidad de los Pagares de Banco Central a 20 años

Utilizando la relación y suponiendo que la rentabilidad futura de los Pagares Reajustables del Banco Central (PRC) a 20 años se mantiene en un valor de 5,03% por año, encontramos que la rentabilidad ofrecida en las rentas vitalicias predicha por la ecuación (11) es 4,57 % anual. Con este valor y las Tablas de Mortalidad RV-85H para los hombres y RV-85M y B-85M para las mujeres para determinar los capitales requeridos²⁵, se obtiene el valor del capital necesario utilizando la expresión:

$$CN_A = \sum_{i=A}^{110-A} (1 + r_{RV})^{-i+A} P(X = A + i / X = A) \quad (12)$$

Donde:

CN_A = El capital necesario para una persona de A años de edad

$P(X=A+i/X=A)$ = probabilidad de que el afiliado esté vivo a la edad A+i dado que tiene A años de edad

Los valores obtenidos se muestran en la Tabla 2

las rentabilidades ofrecidas en las rentas vitalicias y los PRC a 20 años.

²⁴ Los valores entre paréntesis corresponden a los coeficientes t de student de la regresión que tiene un coeficiente de determinación R^2 igual a 0,6551.

²⁵ Las Tablas de Mortalidad utilizadas se encuentran en Superintendencia de Valores y Seguros de Chile, Circular N°491 de 29 de marzo de 1985. (http://www.svs.cl/sitio/html/legisl_normativa/f_legis.html)

Tabla 2 Capital necesario²⁶

	Capital necesario expresado en ingresos anuales promedio de los últimos 15 años
Hombre soltero que se retira a los 65 años	11,44
Hombre casado con cónyuge cinco años menor que se retira a los 65 años	14,98
Mujer que se retira a los 60 años de edad	14,54

e) Sensibilización de los parámetros de riesgo y retorno

Para realizar los cambios de escenarios, que implican dar diferentes valores a la tasa libre de riesgo y al premio por riesgo, se ha supuesto que la relación que a éstos sigue el modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM):

$$E(r_i) = r_f + \frac{\sigma_i}{\sigma_m} (E(R_m) - r_f) \quad (11)$$

En el escenario base se supone un premio por riesgo de mercado futuro de la economía es 8,5%, y una tasa libre de riesgo (real) de 4%.²⁷ Para la desviación estándar del portafolio de mercado (se utiliza el IGPA para esta estimación) se ocupa la estimación de Maturana y Walker (1999) que la estiman en 25,4%.

Resultados de la simulación

En esta sección reportamos los resultados de simulaciones realizadas para diferentes escenarios de la tasa de interés libre de riesgo, el premio por riesgo de mercado y la tasa de desocupación. En lo que se refiere a los parámetros de rentabilidad esperada del fondo de pensiones, consideramos los siguientes escenarios:

- a) Tasa de interés libre de riesgo. Suponemos un valor base de 4%, y escenarios alternativos de 2% y 6% (todos estos valores indexados por inflación)

²⁶ Ver anexo 1 con explicación de cálculos de capital necesario.

²⁷ A la fecha de este artículo, la tasa de los bonos de 20 años emitidos por el Banco Central es 5% real, de modo que este valor debe considerarse conservador.

- b) Premio por riesgo. Consideramos un premio por riesgo de mercado para Chile de 8,5% en el escenario base, y consideramos como escenarios alternativos un premio de 5% y uno de 12%. Vale la pena destacar que si bien el sistema de pensiones Chileno tiene hoy en día más de 20 años de antigüedad, dados los cambios que ha sufrido en términos del levantamiento progresivo de restricciones a la diversificación de los portafolios, es posible que todavía no se hayan reflejado en su totalidad la disminución en el premio de mercado esperable por la introducción de un sistema de pensiones de este tipo.
- c) Volatilidades: para el fondo de pensiones se estimó en 9%, y 25,4% para el portafolio de mercado; ambos valores se suponen constantes (no se consideran escenarios alternativos)
- d) Beta del portafolio. Consideramos un beta del fondo de pensiones de 0.354; este valor es consistente con los parámetros del escenario base, más el supuesto que los fondos de pensiones son portafolios bien diversificados, por lo que no tienen riesgo idiosincrático.²⁸ No se consideran escenarios alternativos para este parámetro, por lo que los resultados deben interpretarse como apropiados para un fondo con composición de renta fija y renta variable constante.

La figura 3 muestra la distribución de probabilidades acumulada de las pensiones a alcanzar por afiliados mujeres (línea segmentada) y varones (línea continua) obtenida para el escenario base en que la tasa de desempleo en la economía es 10%, la tasa libre de riesgo es 4% anual y el premio por riesgo es 8,5%.

Como se puede apreciar, se puede asegurar con un 95% de confianza que las pensiones de las mujeres serán superiores a un 67% del valor de la pensión definida como objetivo. En el caso de los hombres se puede asegurar con un 95 % de confianza que sus pensiones serán superiores a 115 % de la pensión objetivo, estableciéndose así que el riesgo (medido como valor en riesgo) de un sistema de pensiones privado para los hombres es extremadamente bajo comparado con un sistema de Beneficio Definido gubernamental que garantiza un salario igual al 70% de su salario promedio de los últimos 15 años de su vida laboral. El

²⁸ Al no existir riesgo idiosincrático, el retorno de la cuota está relacionado linealmente al retorno del portafolio de mercado (modelo de mercado sin error residual), por lo que el beta del portafolio es el cociente de sus desviaciones estándar.

valor así entregado corresponde al Valor en Riesgo (*Value at Risk*, VaR) con un nivel de confianza del 95% tomando como referente la pensión definida como objetivo.

En resumen, las conclusiones del escenario base son que, con un 95% de confianza, bajo los parámetros utilizados en esta simulación, el sistema de pensiones chileno:

- 1) No garantiza a las mujeres un nivel de pensión igual o mayor al que recibirían en un régimen de BD con una pensión igual al 70% del salario promedio de sus últimos 15 años de vida laboral.
- 2) Con un 95% confianza, el sistema de pensiones actual de Chile provee una pensión mayor a la que recibirían bajo dicho sistema de BD de 70% del salario promedio.
- 3) Para todo percentil de la distribución, el valor de la pensión alcanzada por las mujeres es inferior al de los hombres con lo cual, desde un punto de vista del valor en riesgo, podemos decir que el riesgo introducido por el sistema de pensiones de CD con capitalización y cuentas privadas es superior para las mujeres. Adicionalmente, este hecho refleja que, más allá del riesgo, el beneficio esperado por las mujeres es substancialmente menor que el esperado por los hombres.

Dado nuestro modelo, está claro que esta diferencia entre hombres y mujeres tiene dos orígenes. Por un lado, en el sistema de CD, cada individuo recibe una pensión en función de su aporte mientras que en el sistema de BD existen redistribuciones de beneficios entre hombres y mujeres. Como las mujeres solo trabajan hasta los 60 años en cualquiera de los dos sistemas y en el sistema de BD reciben la misma pensión, como porcentaje del sueldo, que los hombres, en ese sistema las mujeres reciben, por año trabajado, un beneficio superior al de los hombres. Al pasar al sistema de CD cada individuo recibe en función de lo que aporta y por lo tanto el beneficio diferencial para las mujeres desaparece y el menor número de años requeridos para pensionarse deja de ser una desventaja. Nótese que si el sistema permite, como lo permite el chileno, que las personas puedan pensionarse y aún así seguir trabajando, las mujeres podrían optar por seguir trabajando hasta los 65 años y así alcanzar un beneficio relativo más parecido al de los hombres. Sin embargo, esto no cambia el hecho de que al pasar de un sistema de BD a uno de CD, las mujeres se vean perjudicadas en términos del beneficio esperado y de valor en riesgo.

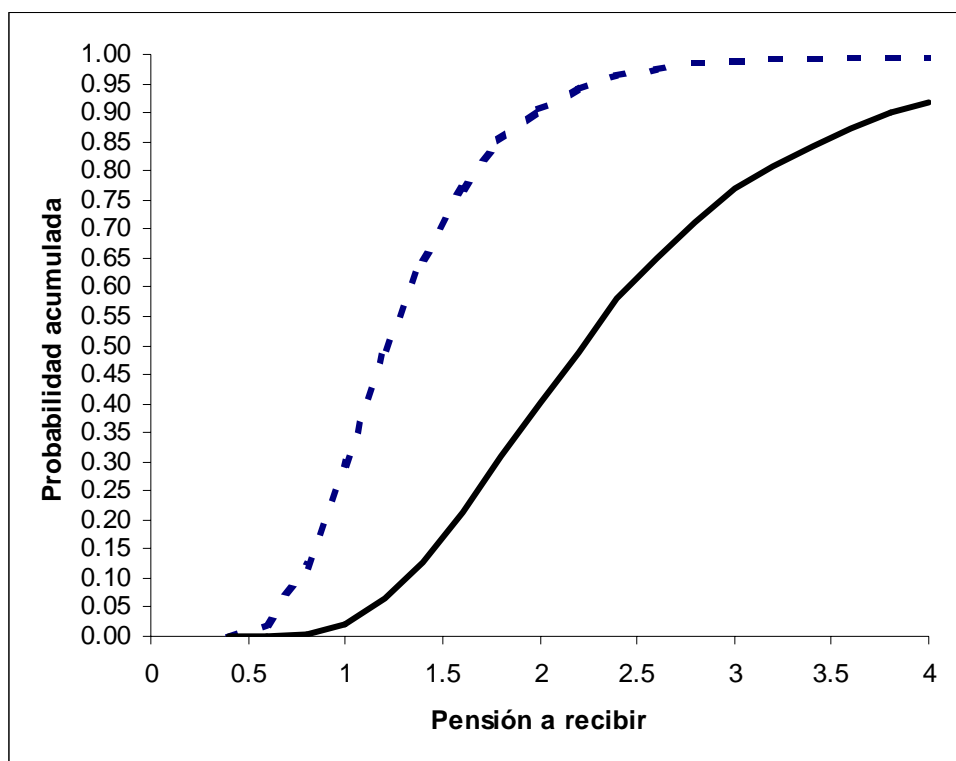
La otra fuente de las desventajas que plantea el sistema de CD versus el de BD para las mujeres, viene dada por el precio de las anualidades. Dada la mayor esperanza de vida de

las mujeres el costo para ellas de una anualidad que pague un beneficio dado es mayor que el de los hombres. Esto implica que, aunque las mujeres acumularan fondos de pensión al mismo ritmo de los hombres, trabajarán por un número igual de años y acumularán un monto igual al de los hombres para cada percentil, no podrían transformar ese monto en un nivel de anualidades similar al de los hombres porque las anualidades para las mujeres cuestan más caras. Nótese que bajo el sistema de BD, los gobiernos típicamente no definen distintos beneficios dependiendo de las expectativas de vida de cada individuo y por lo tanto, las mujeres al tener una expectativa de vida mayor reciben un valor presente mayor de las pensiones a cobrar. En conclusión, en nuestra simulación, el sistema de CD perjudica a las mujeres, respecto de lo que podrían esperar de un sistema de BD debido a que el primero es ciego ante las diferencias de géneros y retribuye a cada contribuyente por su aporte al fondo de pensión en lugar y no de acuerdo a lo que necesita.

Figura 3

Distribución de probabilidad acumulada de pensiones a alcanzar por afiliados

Hombres (- - - -) y mujeres (—)



Los resultados en el escenario base y escenarios alternativos considerados se reportan en la Tabla que sigue. Los resultados de las 5000 simulaciones realizadas para cada escenario se reportan en términos de la probabilidad de alcanzar una pensión igual o superior al 70% del salario promedio los últimos 15 años de vida laboral, cuando hombres y mujeres trabajan hasta la edad legal de retiro (65 años en el caso de los hombres, y 60 en el caso de las mujeres).

Tabla N°3

Probabilidad de que la pensión alcanzada sea mayor o igual al 70% del salario promedio de los últimos 15 años laborales.

		Tasa de desempleo = 8%			Tasa de desempleo =10%			Tasa de desempleo =12%		
		Premio por riesgo			Premio por riesgo			Premio por riesgo		
Tasa Rf	Género	5.0%	8.5%	12.0%	5.0%	8.5%	12.0%	5.0%	8.5%	12.0%
2%	Mujer	8,98	26,64	54,06	7,84	23,80	52,00	7,52	23,16	50,22
4%		42,82	84,84	89,54	39,40	70,32	88,74	38,04	67,58	88,24
6%		72,26	95,92	99,38	75,12	95,62	99,34	81,52	94,28	99,1
2%	Hombre	49,48	77,90	94,00	46,80	77,00	93,04	44,86	73,98	92,22
4%		89,68	97,78	99,74	88,32	97,90	99,68	87,46	97,10	99,62
6%		99,38	99,92	100,00	99,20	99,94	100,00	99,20	99,84	100,00
2%	Hombre	23,00	53,46	80,58	21,76	50,46	78,34	19,94	47,40	77,58
4%		70,38	90,92	98,58	69,34	90,92	98,02	67,86	89,04	97,44
6%		96,60	99,58	99,98	95,82	99,58	99,90	95,26	99,22	99,90

En esta tabla se presenta para cada escenario la probabilidad de que la pensión sea igual o superior a la pensión objetivo, o el nivel de confianza con el cual podemos asegurar que la pensión a alcanzar es superior a la pensión definida como objetivo. Se destaca con color

azul los valores en los cuales la probabilidad acumulada es superior a un 95% y con color rojo los que no alcanzan un 70%.

En la Tabla se aprecia que el riesgo de no alcanzar pensiones suficientes es mucho mayor para las mujeres: sólo en 5 de los 27 escenarios se tiene un nivel de confianza superior al 95% de alcanzar pensiones superiores a la objetivo, en contraste con los varones casados (alcanzan el objetivo en 12 de los 27 escenarios) o los solteros (15 de los 27). También se observa que en 12 de 27 escenarios las mujeres no tienen un nivel de confianza superior al 70% de alcanzar la pensión objetivo, en cambio los varones casados en 8 de los 27 escenarios y los solteros sólo en tres de los 27 casos no tienen ese nivel de confianza. Además, conviene tener presente que el caso base considerado corresponde a una persona que trabaja como dependiente toda su vida laboral y no considera falta de cotizaciones por ninguna otra razón que desempleo involuntario. Nótese que el retiro de la fuerza laboral para cuidar a los hijos, o familiares enfermos no está considerado dentro de las estadísticas de empleo (y por lo tanto, tampoco en los parámetros de la simulación) acrecentando el potencial riesgo al que se encuentran sometidas las mujeres.

El mayor riesgo soportado por los hombres casados respecto de los solteros viene dado por el carácter heredable de la anualidad. Al ser la pensión de los hombres casados heredable para sus cónyuges, las anualidades correspondientes cuestan más caras y por lo tanto, para un mismo monto capitalizado en el fondo de retiro se puede comprar un menor beneficio.

Un factor destacable en el análisis de los riesgos de estas pensiones es la concavidad de los mismos. Nótese que los escenarios de tasa de interés libre de riesgo y premio de mercado planteados son simétricos respecto del escenario medio, sin embargo los “valores en riesgo” caen en forma mucho más pronunciada, por ejemplo, para una caída de 2 puntos respecto del promedio, en la tasa libre de riesgo que lo que suben para un alza de 2 puntos en la misma. El lema de la desigualdad de Jensen nos dice entonces que, una política monetaria que no genere cambios en las tasas de interés libres de riesgo es extremadamente importante para preservar el valor esperado de las pensiones. Asimismo, la volatilidad en el premio por riesgo es igualmente perjudicial y por lo tanto los gobiernos que adoptan regímenes de CD tienen una razón más para preocuparse por estabilizar sus mercados de capitales y aislarlos de potenciales efectos de contagio regionales. Este es una razón más

para promover, la diversificación internacional de los fondos de pensión incluyendo inversiones en mercados estables y no correlacionados con el mercado doméstico.

Respecto al impacto de los factores de riesgo, claramente el factor que más influye negativamente, tanto para hombres como para mujeres, es la tasa libre de riesgo, ya que para los escenarios posibles con tasa libre de riesgo de un 2%, en ninguno de los 27 escenarios se alcanza el beneficio definido equivalente a un nivel de confianza del 95%.

Una medida particularmente atractiva para medir diferentes grados de exposición a diferentes riesgos y para diferentes tipos de personas, bajo el tipo de simulación que realizamos, es la elasticidad arco. En efecto, la elasticidad (arco) de la probabilidad de alcanzar la pensión objetivo para cambios en la tasa libre de riesgo, en el caso de las mujeres, hombres solteros y hombres casados es, respectivamente:

$$\frac{(95,62\% - 23,80\%)/(70,32\%)}{2(2\%/4\%)} = 1,021$$

$$\frac{(99,94\% - 77,00\%)/(97,90\%)}{2(2\%/4\%)} = 0,234$$

$$\frac{(99,58\% - 50,46\%)/(90,92\%)}{2(2\%/4\%)} = 0,540$$

El efecto es atribuible en buena medida a la sensibilidad del valor de las rentas vitalicias a cambios en la tasa de interés. Cómo las mujeres tienen una mayor esperanza de vida que los hombres, (según lo reflejan los datos actuariales utilizados), el impacto es mucho mayor en ellas.

La intuición de este resultado es que las mujeres son más vulnerables a alcanzar pensiones satisfactorias debido a que contribuyen 5 años menos, y los hombres casados son más vulnerables que los solteros, debido al mayor costo de su pensión por cargas a la fecha de retiro.

El segundo factor de riesgo más importante es el efecto del premio por riesgo dado que para el escenario en que el premio por riesgo es 5% (más bajo), solamente en 6 de 27 escenarios se alcanza un nivel de confianza superior al 95 %. Este riesgo también puede cuantificarse calculando una elasticidad arco, que en el caso de mujeres, hombres solteros y casados se estima en, respectivamente:

$$\frac{(88,74\% - 39,40\%)/(70,32\%)}{2(3,5\%/8,5\%)} = 0,852$$

$$\frac{(99,68\% - 88,32\%)/(97,90\%)}{2(3,5\%/8,5\%)} = 0,141$$

$$\frac{(98,02\% - 69,34\%)/(90,92\%)}{2(3,5\%/8,5\%)} = 0,383$$

El orden de magnitud correlativo se mantiene, en el sentido que las mujeres son más vulnerables que los hombres casados, y éstos a su vez que los hombres solteros, en lo que se refiere a la probabilidad de alcanzar pensiones razonables futuras. La menor sensibilidad ante cambios en el premio por riesgo comparado con la sensibilidad ante cambios en el nivel de la tasa de interés libre de riesgo es resultado de suponer que el beta del fondo de pensiones es menor a 1,0.

Por último, el riesgo de desempleo es el que menos influye, dado que para la tasa de desempleo más desfavorable, en solo 10 de los 27 escenarios el nivel de confianza no alcanza a un 95 %. Las elasticidades (arco) en este caso para mujeres, hombres solteros y casados son, respectivamente:

$$\frac{(84,84\% - 67,58\%)/(70,32\%)}{2(2\%/10\%)} = 0,614$$

$$\frac{(97,78\% - 97,10\%)/(97,90\%)}{2(2\%/10\%)} = 0,017$$

$$\frac{(90,92\% - 89,04\%)/(90,92\%)}{2(2\%/10\%)} = 0,052$$

En conclusión, el riesgo asociado a la rentabilidad de los fondos de pensiones tiene un mayor impacto que el riesgo de desempleo. Este hecho es destacable, ya que el riesgo de desempleo surge como el menos preocupante aún cuando nuestra simulación lo implementa de una forma, probablemente más realista, tal que el riesgo de desempleo de cada individuo es mayor a la tasa de desempleo promedio de la economía.²⁹ Por lo tanto, aún cuando la probabilidad de desempleo es modelada en una forma que representa un mayor riesgo para

²⁹ Esto debido a que cuando el individuo cae en situación de desempleo tiene una probabilidad condicional de seguir en ese estado en el período siguiente superior a la tasa de desempleo promedio de la economía.

cada individuo, en comparación a la forma en que se introduce el riesgo de desempleo en Blake, Cairos y Dowd (2003), este sigue siendo el menor de los riesgos de un sistema de pensiones de CD a nivel individual. Por otro lado, se ha encontrado que los gobiernos, bajo los sistemas de BD, tienden a disminuir el beneficio cuando la recaudación de los impuestos al trabajo disminuyen con lo cual las diferencias en el riesgo de desempleo entre un sistema y el otro se vería relativamente disminuidas.

V Conclusiones

En este trabajo hemos evaluado el riesgo al que estaban sometidas las pensiones a alcanzar por los afiliados al sistema de pensiones chileno, considerando un único fondo de pensiones (correspondiente al fondo C, en el que estaba todavía la gran mayoría de los afiliados del sistema a la fecha de este artículo).

Nuestros resultados, al evaluar la incertidumbre sobre las pensiones futuras a través del Valor en Riesgo (VaR) con un 95% de probabilidad de que los afiliados alcancen pensiones superiores al benchmark, son los siguientes: En el escenario base los hombres alcanzan (y superan) el objetivo con un 95% de probabilidad pero las mujeres no. El sistema de CD introduce perjuicios significativos para las mujeres respecto del beneficio que recibirían bajo un régimen hipotético de BD con 70% del salario promedio de los últimos 15 años. Estos perjuicios se dan para todo escenario y se deben principalmente a que las mismas reciben pensiones solo en función de lo que aportan y deben ahora pagar más caro que los hombres cada peso de renta vitalicia al momento de transformar sus ahorros en una anualidad.

El riesgo de inversión (expresado en variaciones de la tasa libre de riesgo y del premio por riesgo de mercado) tiene un mayor impacto que el riesgo de desempleo.

EL beneficio conseguido por los contribuyentes es una función cóncava de la tasa libre de riesgo y el premio de mercado. Disminuciones en estas variables afectan substancialmente más, en forma negativa, que lo que las alzas lo hacen en forma positiva. De allí se desprende que, en la medida en que los fondos estén invertidos principalmente en activos locales, el gobierno (Banco Central) afecta el bienestar de los futuros pensionados al tomar

decisiones de tasa de interés. Lo mismo ocurre con el premio de mercado, lo cual señalaría la conveniencia de permitir a los fondos de pensión una diversificación internacional, incluyendo inversiones en mercados relativamente estables poco correlacionados con el mercado doméstico y de buscar políticas destinadas a lograr mercados accionarios menos volátiles.

Finalmente, el efecto de los riesgos considerados es mayor para las mujeres y los hombres casados. Además, el ejercicio no considera el efecto de retiro temporal de la fuerza de trabajo debido a maternidad y cuidado de niños, por ejemplo, en el caso de las mujeres, sino sólo el efecto de desempleo que estadísticamente se considera involuntario. Si se desea que las mujeres mantengan el mismo nivel de beneficio que tendrían en un régimen de BD bajo sistema de reparto se deberían considerar modificaciones importantes al modelo chileno de pensiones. Las consecuencias de cualquier modificación en ese sentido puede generar serios problemas de asignación de riesgo y deben primeros ser evaluados.

Referencias

1. Abel, A. (2001), The Social Security Trust Fund, the Riskless Interest Rate, and Capita Accumulation, in: J. Capmbell y M. Feldstein, editors, "Risk Aspects of Investmente-Based Social Security Reform. University of Chicago Press, Chicago) 153-202
2. Adams, C. (1999) "Older People Find Employers Put Youth before Experience", The Financial Times, January 17.
3. Blake, D., Cairns, A., and Dowd, K., (2003) *Pensionmetrics II: Stochastic pension plan design during the distribution phase*. Insurance: Mathematics and Economics 33: 29-47
4. Detemple, J., Garcia, R. y Rindisbacher, M. "A Monte Carlo Method for Optimal Portfolios," forthcoming in Journal of Finance.
5. Avery, C. y Zemsky P. (1998). "Multidimensional uncertainty and herd behavior in financial markets", American Economic Review, 88 N°4, setiembre, pp.724 y siguientes.

6. Benjamin, Gunderson y Ridell (2002), "Labour Markets Economics. Editorial McGraw-Hill Higher Education, 5ta Edición
7. Blake, D. (1996). "On the long term risk facing pension schemes and pension fund in Europe", *Journal of Pension Management*, 1, abril, pp. 225-244.
8. Blake, D. (1998). "Pension schemes as option on pension fund asset: implications for pension fund management", *insurance: mathematics and Economics*, 23 (3), diciembre, pp. 263-286.
9. Blake, D., Cairns A., Dowd, K., (2001) "Pensionmetrics: stochastic pension plan design and value-at-risk during the accumulation phase"., *Insurance: Mathematics and Economics* 29 187-215
10. Blake, D., Cairns A., Dowd, K., (2004) "Pensionmetrics: stochastic pension plan design and value-at-risk during the distribution phase", a publicarse en *Insurance: Mathematics and Economics*
11. Blake, D., Lehmann, B. y Timmerman A. (1998) Performance Clustering and incentives in the UK Pension Fund Industry, Discussion paper PI-9901, The Pension Institute, Birbeck College, University of London, febrero.
12. Blanchflower, D. (1996) "Youth labor markets in twenty three countries: a comparison using micro data", en "School to work transitions in OECD countries: a comparative analysis", D. Stern, editor, Hampton Press, forthcoming.
13. Bollerslev, T., (1986). "Generalized Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.
14. Boyle P., "Option: Monte Carlo Approach", *Journal of Financial Economics*, 4 (1977) 323-338.
15. Brennan, M. y Schwartz E. (1978), "The Pricing of Equity Linked Insurance Policies with an Asset Value Guarantee", *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, June 1978, pp. 195-213.
16. Brennan, M. y Sollanki, R. (1981), "Optimal Portfolio Insurance", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Volume XVI, N°3, September 1981, pp. 279-300.

17. Campbell, J. et al (2001) Investing Retirement Wealth: A Life Cycle Model, en: J. Campbell y M. Feldstein, editors, Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform. The Chicago University Press, Chicago, pages 439-482
18. Copeland and Weston, "Financial Theory and Corporate Policy, Tercera Edición, Adison-Wesley, 1988.
19. Davies, J. (1981). "Uncertain Lifetime, Consumption, and Dissaving in Retirement", Journal of Political Economy, 1981, Vol. 89, N°50, PP.561-577.
20. Dobbs, C. "Patterns of Pay: Results of the Annual Survey of Hours and Earnings 1998-2004" Report of the Employment, Earnings and Productivity Division Office for National Statistics
21. Diamond, P. y Geanakoplos, J. (1999) "Social Security Investment in Equities1: Linear Case", National Bureau of Economic Research, Working Paper N° 7103.
22. Edwards, G. (1997). "Introducción al análisis de rentas vitalicias", Instituto de Economía, PUC, Trabajo Docente N° 58, Abril.
23. Elton y Gruber, "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis", Quinta Edición, John Wiley&Sons, INC, 1995.
24. Engle, R., (1982). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," Econometrics 50, pp. 987-1007.
25. Feldstein, M., (2000) "Comment on P. Diamond, Administrative Costs and Equilibrium Charges with Individual Accounts", en: J. Shoven, editor, Administrative Aspects of Investment-Based Social Security Reform (The University of Chicago Press) 162-169
26. Feldstein, M. y Liebman J. (2001) "Social Security". National Bureau of Economic Research, Working Paper 8451.
27. Feldstein, M. y Rangelova, E. "Individual Risk in an Investment Based Social Security System, American Economic Review, forthcoming
28. French, K. Schwert, W., y Stambaugh, R. (1987). "Expected Stock return and volatility", Journal of Financial Economics, 19, pp. 3-29.
29. Giovannini, A., y Jorion, P. (1989). "The time variation of risk and return in the foreign exchange and stock market", Journal of finance 44, pp. 307-325.

30. Gourinchas, P. & Parker J., (1997) "Consumption over the Life Cycle," Working Paper, [http:// citeseer.nj.nec.com/515229.html](http://citeseer.nj.nec.com/515229.html).
31. Gregory, R. (1999) "Competing with Dad: Changes in the Integenerational Distribution of Male Labour Market Income". Center for Economic Policy Research. Discussion Paper N° 400. Australian National University.
32. Haindl E., "Un modelo para la determinación de flujos y parámetros dinámicos en el mercado del trabajo", Estudios de Economía, Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Chile, Primer trimestre, 1985.
33. Hendrikson, D. y Merton, R. "On market timing and investment performance II. Statistical procedures for evaluating forecasting skills". Journal of Business, octubre 1981.
34. Jensen, M., (1968) "The performance of mutual fund in the period 1945-1964", Journal of Finance, Vol. 23, N°1, May 1968, pp. 167-247.
35. Jorion, P. (2001). Value at Risk, McGraw-Hill: The New Benchmark for Managing Financial Risk, Segunda Edición, McGraw-Hill, New York.
36. Kotlikoff, L., Smetters, K. y Walliser, J. (2001), "Finding a Way Out of America's Demographic Dilemma", National Bureau of Economic Research, Working Paper N° 8259.
37. Kouwenberg, R y Vorst, T. (1998) "Dynamic Portfolio Insurance: A Stochastic Programming Approach", Working Paper Erasmus Center for Financial Research report 9909, July, 1998.
38. Kritzer, B (2003) "Social Security Reform in Central and Eastern Europe: Variations on a Latin American Theme", Social Security Bulletin, Vol.64, No 4, (2001/2002)
39. Larrañaga O, y Paredes R., (1999) "Unemployment and wages in Chile: A synthetic cohort analysis", Cuadernos de Economía, Latin American Journal of Economics.
40. Leland, H., (1980), "Who Should Buy Portfolio Insurance?" Journal Of Finance, Vol. 35, 1980, pp. 581-595.
41. Lo, A. y MacKinlay, C. (1988). "Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test", Review of Financial Studies, pp. 41-66.

42. Maturana G. Y Walker E. “Rentabilidades, comisiones y desempeño en la industria chilena de fondos mutuos”, Estudios Públicos, 73, Verano, 1999.
43. Merton, R. (1971) “Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model,” Journal of Economic Theory, 3, December 1971, pp. 373-413.
44. Merton, R. (1969) “Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous Case,” The Review of Economics and Statistics, 51, August, 1969, pp. 247-257.
45. Merton, R (1983) “On the Role of Social Security as a Means for Efficient Risk Sharing in an Economy Where Human Capital is Not Tradable, en Z. Bodie y J. Shoven y D. Wise, editors, “Issues in Pension Economics”. University of Chicago Press, Chicago, pags. 147-169
46. Modigliani, F. & Brumberg, R. (1954) “Utility Analysis and the Consumption Function: an Interpretation of Cross- Section Data,” in Kenneth K. Kurihara, ed., Post-Keynesian Economics, New Brunswick, N.J. Rutgers University Press 1954, pp. 388-436.
47. Modigliani, F. & Ando, A., (1963) “The Life Cycle Hypothesis of Saving: Aggregate Implications and Test,” American Economic Review, March 1963, 53, pp. 55-84.
48. Phelps , E. S. (1962), “The accumulation of Risky Capital: A Sequential Utility Analysis,” Econometrica, 30 (1962), pp. 729-743.
49. Poterba, J. y Summers, L. (1988). “Mean reversion in stock return: evidence and implication”, Journal of Financial Economics, pp. 27-60.
50. Rangel, A. y Zeckhauser R., 2001, “Can Market ad Voting Institutions Generate Optimal Intergenerational Risk Sharing”, en J. Campbell y M. Feldstein, editors, “Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform”, University of Chicago Press, 113-141.
51. Samuelson, P. (1969), “Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming,” 51, August, 1969, pp. 239-246.
52. Samuelson, P.A. (1994). “The long-term case for equities and how it can be oversold”, Journal of Portfolio Management, Fall, pp. 15-24.
53. Sharpe, W. (1969) “Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk”. Journal of Finance, 19, pp. 425-442.

54. Sharpe, W. (1966) "Mutual fund performance". Journal of Business, Vol. 39 N°1, pp. 119-138.
55. Silberberg E., "The Structure of Economics a Mathematical Analysis", McGraw-Hill, New York, 1990.
56. Tobin, J. (1965), "The Theory of Portfolio Selection," The Theory of Interest Rates, F. H. Hahn and F. P. R. Brechling, (ed.) (London: MacMillan Co., 1965).
57. Treynor, J., (1965), "How to rate management of investment funds", Harvard Business Review, Vol. 43, N°1, 1965, pp. 63-75.
58. Treynor, L. y Mazuy, K. (1986), "Can mutual funds outguess the market?" Harvard Business Review, 1986.
59. Vasicek, O.E. (1997) "An equilibrium characterization of the term structure", Journal of Financial Economics, 5, pp. 177-188.
60. Vergard Skirbekk (2003) "Age and Individual Productivity: A Literature Survey". Max Planck Institute for Demographic Research. Germany. MPIDR Working Paper WP 2003-028, August
61. Waker, E. y Maturana, G. (2002). "Estilos, timing e imitación en los fondos mutuos accionarios chilenos," Revista de Análisis Económico, Vol. 17, pp.71-101.
62. Walker, E. "Desempeño financiero de las carteras accionarias de los fondos de pensiones," Documento de Trabajo N°137, Instituto de Economía, PUC.
63. Walker, E. "Desempeño financiero de las carteras de renta fija de los fondos de pensiones ¿Es desventajoso ser grande?" Documento de Trabajo N°136, Instituto de Economía, PUC.
64. Zurita, S. & Jara, C. (1999). "Desempeño Financiero de los Fondos de Pensiones", Estudios Públicos, 74, (otoño), pp. 227-254.
65. Zurita, S. "Minimum pension insurance in the Chilean pension system", Revista de Análisis Económico, 1994.